УДК 621.565

Братута Э.Г., Ярошенко Т.И.

ОБЗОР МЕТОДОВ УЧЕТА ЭФФЕКТА КОАГУЛЯЦИИ И ДРОБЛЕНИЯ КАПЕЛЬ ДИСПЕРГИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

1. Постановка задачи. Методы описания двухфазных течений с переменным фракционным составом. Ограниченность эмпирических методов расчета тепло- и массообмена в дисперсных газожидкостных потоках определила повышенный интерес исследователей к аналитическим методам установления режимно-геометрических характеристик аппаратов смешивающего типа. При этом основу указанных методов составляют соответствующие соотношения и допущения, позволяющие учитывать трансформацию функции распределения капель по размерам, обусловленную как вторичным дроблением капель, так и их коагуляцией. В связи с этим представляет интерес рассмотрение известных к настоящему времени результатов, полученных при исследовании процессов течения и теплообмена в двухфазных потоках, осложненных взаимодействием частиц дискретной фазы.

При распыливании жидкостей форсунками различного типа на некотором расстоянии от распылителя формируется полидисперсный капельный факел, который взаимодействует с окружающим газом. В результате этого взаимодействия капли могут существенно деформироваться или полностью разрушаться, тормозиться или ускоряться газовым потоком. Все это приводит к тому, что в реальных условиях скорости капель различного диаметра существенно отличаются как по величине, так по направлению, что может служить причиной их взаимных столкновений. Однако, не каждое столкновение приводит к коагуляции капель [1–5]. В зависимости от скорости сближения капель, их размеров, физических свойств жидкости и других факторов единичное соударение может приводить к взаимному отскоку, слиянию капель в одну, слиянию капель с последующим их разрывом, объединению, сопровождающемуся разбрызгиванием жидкости и образованием более мелких частиц, чем исходные [6]. Первое из перечисленных явлений возможно лишь в случае очень низких относительных скоростей сталкивающихся капель. При умеренных скоростях столкновений, которые чаще всего имеют место при распыливании жидкостей, преобладает объединение капель, что вызывает увеличение их среднего размера.

С ростом размеров частиц скорость коагуляции быстро возрастает [7], что может приводить к изменению формы кривой распределения. Существенное влияние на процесс коагуляции оказывает также степень турбулизации потока [7], чем выше скорость потока, тем больше число актов коагуляции. Поскольку для распыливания жидкостей форсунками характерны как упорядоченное ускоренное движение полидисперсной системы капель, так и турбулентное движение газа, то коагуляция, очевидно, должна оказывать важное влияние на результаты процесса распыления.

Для описания двухфазных потоков, формирующихся при распыливании жидкостей форсунками различного типа, с учетом изменения дисперсного состава капель вследствие столкновений, многочисленные исследователи использовали различные подходы. Классификация наиболее удачно развивающихся направлений исследования данной проблемы позволяет выделить два основных подхода – кинетический и непрерывный [8].

Кинетический подход (дискретный) основан на анализе скачкообразного процесса изменения состояния частиц при столкновениях. Недостатком дискретного метода является то, что он позволяет принимать во внимание только парные соударения. Для реализации этого условия необходимо, чтобы поток оставался слабо запыленным (расходная объемная концентрация материала $\beta<0{,}01\div0{,}02$; отношение средней скор о-сти потока к скорости витания $b>1{,}5\div2$).

Непрерывный подход, который впервые встречается в работе Лэнгмюра [9], базируется на условной замене дискретного изменения массы частиц при столкновениях непрерывным. Существенным моментом здесь является различное описание взаимодействия данной фракции с частицами меньшего и большего размера. Предполагается, что некая частица сохраняет свою индивидуальность при соударениях с меньшими и утрачивает ее лишь тогда, когда сталкивается с более крупной. При этом не учитывается поперечное движение и вращение частиц, то есть задача рассматривается в одномерной интерпретации. Замена дискретного взаимодействия фракций непрерывно действующими силами существенно упрощает решение рассматриваемой задачи, но и вносит в расчет определенную погрешность. Достоинствами непрерывного подхода являются возможность учета не только парных, но и тройных и других столкновений; возможность рассматривать финитные (то есть отличные от нуля функции распределения частиц, скоростей и т.п.),что позволяет ограничиться небольшим количеством фракций при выполнении практических расчетов; отсутствие необходимости определения параметров частиц промежуточных размеров; удобство вычислений. Все это обусловило его достаточно широкое распространение. Из изложенного выше следует, что непрерывный подход может рассматриваться лишь как первое приближение к реальному процессу, хотя он, очевидно, тем более оправдан, чем больше различие размеров взаимодействующих частиц.

2. Кинетические модели коагуляции. Впервые кинетический подход в моделировании процессов коагуляции был использован Смолуховским М. [10, с.7] при исследовании физики аэрозолей. Им была разработана теория коагуляции монодисперсных систем с постоянным коэффициентом коагуляции.

Коагуляцию бидисперсных систем, состоящих из больших и очень мелких частиц, рассматривал Г.Мюллер [10, с.61]. Основное уравнение коагуляции, полученное им, имеет вид

$$\frac{\partial n(m,t)}{\partial t}=\frac{1}{2}\int_0^m \vec{k}(\mu,m-\mu)n(\mu)n(m-\mu)d\mu-n(m)\int_0^\infty \vec{k}(\mu,m)n(\mu)d\mu, \qquad (2.1)$$

где $\vec{k}=\pi\left[r(m)+r(\mu)\right]^2\left|w(m)-w(\mu)\right|/Э(m,\mu)$ – коэффициент коагуляции частиц с массами m и μ, а $Э(m,\mu)$ – коэффициент захвата (осаждения) [11]. Функция распределения n вводится так, что количество частиц с массами от m до $m+dm$ в единице объема смеси равно $n(m)$. Первый член правой части учитывает образование частиц m из более мелких, второй – гибель частиц m при их взаимодействии со всеми другими частицами. Чтобы дважды не учитывать столкновения одних и тех же фракций, в формулу введен коэффициент 1/2.

Наибольший практический интерес, однако, представляют **полидисперсные** системы, начальное состояние которых определяется функцией распределения частиц по их размерам или массам. Непрерывное распределение частиц можно приближенно аппроксимировать дискретным. Такую задачу впервые теоретически исследовал Туницкий Н. [12]. Он развил теорию Смолуховского для случая полидисперсных аэрозолей.

Задачу о коагуляции полидисперсной системы капель, образующихся при распыливании жидкости форсунками, первым рассмотрел В.Ф.Дунский [13]. Для одномерного установившегося потока газа с взвешенными в нем каплями различных размеров им получено интегральное уравнение ортокинетической (без учета турбулентной) коагуляции вида

$$F(m,s)=\frac{0{,}31}{\sqrt[3]{\rho_{ж}}}\int_{s_1}^{s_2}\int_0^m\left(\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{m-x}\right)^2\frac{w_x-w_{(m-x)}}{w_x w_{(m-x)}}\varepsilon_{(x,m-x)}F(x)F(m-x)\,ds\,dx-$$

$$-\frac{0{,}31}{\sqrt[3]{\rho_{ж}}}\int_{s_1}^{s_2}\int_0^{\infty}\left(\sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{m}\right)\frac{w_x-w_m}{w_x w_m}\varepsilon_{(x,m)}F(x)F(m)\,ds\,dx, \qquad (2.2)$$

где m – масса капли; s – координата рассматриваемого сечения; $F(m,s)$ – функция распределения капель по их массе в данном сечении; $\rho_{ж}, \rho_г$ – плотность жидкости, и газа, соответственно; w_x – скорость капель с массой x; ε – вероятность столкновения капель, являющаяся функцией безразмерного критерия $\theta=\frac{2}{9}\frac{\rho_{ж}}{\rho_г}\frac{R_x^2(w_x\ w_m)}{\nu_г R_m}$; $\nu_г$ – кинематическая вязкость газа. В рассматриваемом случае величина коэффициента коагуляции $k(x,m)=(w_x-w_m)\pi(R_x+R_m)^2\varepsilon$ может изменяться в широких пределах, поэтому возможно лишь численное решение уравнения (2.2). При этом должна быть задана исходная функция распределения $F(m,s)$.

Такая же модель процесса используется в работе [14], посвященной исследованию коагуляции капель конденсированной фазы при течении в соплах. Для описания неравновесного течения смеси весь диапазон масс частиц разбивается на n частей так, чтобы параметры частиц с массами, промежуточными между выбранными $m_i (i=1,...,n)$, могли быть определены интерполированием. Уравнения движения и теплообмена для частиц с массой m_i имеют вид

$$\frac{\partial w(m_i)}{\partial x}=\frac{1}{m_i w(m_i)n(m_i)}\int_0^{\frac{1}{2}m_i}k(m,m_i-m)n(m)n(m_i-m)\times$$
$$\times\left[mw(m)+(m_i-m)w(m_i-m)\right]dm-\frac{1}{n(m_i)}\int_0^{\frac{1}{2}m_i}k(m,m_i-m)n(m_i-m)dm; \qquad (2.10)$$

$$\frac{\partial T(m_i)}{\partial x}=\frac{1}{c_k}\left[\frac{\partial Э(m_i)}{\partial x}-w(m_i)\frac{\partial w(m_i)}{\partial x}\right]. \qquad (2.11)$$

Присоединив уравнение (2.3), учитывающее изменение функции плотности распределения частиц по массам в результате коагуляции

$$\frac{\partial g(m_i)}{\partial x}=\frac{1-z}{z}\frac{m_i}{\rho w}w(m_i)\frac{\partial n(m_i)}{\partial x}, \qquad (2.3)$$

авторы работы получили систему обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающую неравновесное течение двухфазной смеси с коагуляцией частиц.

Изложенный метод был реализован в программе для ЭВМ, где учитывалось 20 фракций полидисперсного конденсата и, таким образом, решалась система из 61 дифференциального уравнения. Как показали полученные результаты, процесс коагуляции в сопле существенно изменяет начальную функцию распределения.

В наиболее общей и строгой постановке теория механических столкновений между частицами развита в работах Бабухи Г.Л. [15,16]. Предполагается, что частицы шарообразны и движутся по траекториям, параллельным оси канала, поток слабозапыленный, влияние турбулентных пульсаций несущей среды не учитывается. Модель взаимодействия между частицами i-той и j-той фракций выглядит следующим образом. Выбирается участок dL потока, достаточно большой, чтобы содержать значительное количество частиц обеих фракций, но достаточно малый по сравнению с масштабом изменения скоростей и концентраций дискретной фазы. За промежуток времени $\Delta\tau$, достаточно большой по сравнению с временем прохождения частицами расстояния dL без соударений, но малый по сравнению с масштабом временных изменений характеристик потока, некоторая крупная частица с вероятностью E_{ji} претерпевает соударения с теми малыми частицами, центры которых в начале промежутка $\Delta\tau$ находятся внутри цилиндра с образующей $|u_j-u_i|d\tau$ и основанием, имеющим форму круга диаметром $\delta_i+\delta_j$. Общий объем мелких частиц в цилиндре составляет при этом $\pi(\delta_i+\delta_j)^2 w\beta_j|u_j-u_i|d\tau/(4u_j)$. Предполагается, что такой же цилиндр связан с каждой крупной частицей на участке dL и что вследствие незначительной объемной концентрации дисперсного вещества (поток слабозапыленный), эти цилиндры не перекрываются. Гранулометрический состав дискретной фазы характеризуется функцией $x(\delta)$, определяемой таким образом, что расходная объемная концентрация частиц, размер которых находится в интервале $(\delta,\delta+d\delta)$, составляет $d\beta=x(\delta)d\delta$. Согласно принятой модели в рассмотрение вводятся две группы (А и В) частиц размерами от δ_i до $\delta_i+d\delta_i$ и, соответственно, от δ_j до $\delta_j+d\delta_j$, обладающих в сечении L скоростями от u_k до u_k+du_k и от u_m до u_m+du_m,соответственно. Кинетическое уравнение относительно функции F для частиц группы А имеет вид

$$u_K\frac{\partial F(\delta_I,u_k)}{\partial L}+a_{ik}\frac{\partial F(\delta_i,u_k)}{\partial u_k}+u_kF(\delta_i,u_k)\frac{\partial}{\partial u_k}\left(\frac{a_{ik}}{u_k}\right)=\frac{2}{3}w\int\limits_{\delta_{\min}}^{\delta_{\max}}\int\limits_{u_{\min}}^{u_{\max}}\frac{(\delta_i+\delta_j)^2}{\delta_j^3}\times \qquad (2.4)$$

$$\times\frac{|u_m-u_k|}{u_m}\left[E_{nk}\sigma_{ij}^2F(\delta_i,u_n)-E_{mk}F(\delta_i,u_k)\right]F(\delta_j,u_m)du_md\delta_j,$$

где $u_n=\sigma_{ij}u_k-\chi_iu_m$ – аксиальная составляющая скорости i-той частицы, после столкновения с j– той, при этом $\sigma_{ij}=\dfrac{2(\delta_i^3+\delta_j^3)}{(1+k_n)\delta_j^3+2\delta_i^3}$, $\chi_{ij}=\dfrac{(1-k_n)\delta_j^3}{(1+k_n)\delta_j^3+2\delta_i^3}$, a_i – ускорение, вызванное действием сил веса и аэродинамического сопротивления, w – скорость несущей фазы. Вследствие зависимости a_1 от скорости величина du_1 не остается инвариантной при переходе от сечения L к сечению $L+dL$. Величина E представляет собой вероятность столкновений соответствующих частиц, так называемый коэффициент осаждения малых частиц при обтекании крупной частицы. Подробный анализ теоретических и экспериментальных исследований зависимости коэффициента E от различных факторов приведен в монографиях Н.А.Фукса [17,18]. Правая часть уравнения (2.4) представляет собой скорость изменения функции F_i в фиксированном сечении потока за счет столкновений частиц группы А со всеми частицами, находящимися в потоке. данного сечения.

Дискретный подход был применен автором работы [19] для комплексного описания процессов, происходящих при течении полидисперсной системы твердых и жидких частиц в газовом потоке. В работе рассматривается не только коагуляция капель между собой, но и соударение их с твердыми частицами. Кроме эволюции фракционного состава дисперсной фазы, предлагаемая модель позволяет также определить изменение скоростей и температур не только частиц, но и несущей среды. Функция распределения жидких частиц с учетом столкновений и коагуляции представлена в виде

$$f(\delta,x)=\frac{u(0)s(0)}{u(x)s(x)}\left[f(\delta,0)+\int_0^x\frac{u(x)s(x)}{u(0)s(0)}\{I_1-I_2\}\frac{dx}{u(x)}\right], \tag{2.5}$$

где I_1, I_2 – интегралы образования частиц размером δ из частиц δ', δ'' и, соответственно, убыли частиц δ при их столкновении и коагуляции с любыми другими частицами δ^*. Эти интегралы равны, соответственно:

$$I_1=\int_0^{\delta/\sqrt[3]{2}}k(\delta',\delta'')f(\delta'')d\delta', \qquad I_2=f(\delta)\int k(\delta,\delta^*)f(\delta^*)d\delta^*.$$

В уравнение (2.5) входит скорость жидкой частицы u, которая определяется из уравнения движения, записанного в предположении, что движение капель сопровождается их столкновением и каждое столкновение приводит к коагуляции:

$$\frac{du(\delta,x)}{dx}=B+\frac{1}{u(\delta)f(\delta)}\int k(\delta',\delta'')f(\delta'')f(\delta')\varphi(\delta,\delta')[U-u(\delta)]d\delta'. \tag{2.6}$$

Здесь B – правая часть уравнения движения одиночной капли; $\varphi(\delta,\delta')=\left[1-(\delta'/\delta)^3\right]^{-\frac{2}{3}}$ – функция, учитывающая нелинейность связи $\delta^3=(\delta')^3+(\delta'')^3$ [20].

Уравнение тепло- и массообмена капли с учетом коагуляционной поправка имеет вид

$$\frac{dt(\delta,x)}{dx}=A+\frac{1}{u(\delta)f(\delta)}\int k(\delta',\delta'')f(\delta')f(\delta'')\varphi(\delta,\delta')\left[T-t(\delta)+\frac{(U-u(\delta))^2}{2c_{ж}}\right]d\delta'. \tag{2.7}$$

Здесь А – правая часть уравнения тепло- и массообмена между одиночной каплей размером δ и газом. Первый член в квадратных скобках уравнения (2.6) представляет собой скорость капли размером δ, которая возникла в результате слияния капель размером δ' и δ'' – U. Второй член – скорость капли этого же размера δ, не испытавшей столкновений. Аналогично предыдущему первый член в квадратных скобках уравнения (2.7) представляет собой температуру капли размером δ, которая возникла при слиянии более мелких капель δ' и δ'' – T. Второй член – температура капли δ, не испытавшей столкновений. Значения скоростей U и температур T определяются из выражений:

$$U = \frac{(\delta')^3 u(\delta') + (\delta'')^3 u(\delta'')}{(\delta')^3 + (\delta'')^3}; \qquad T = \frac{(\delta')^3 t(\delta') + (\delta'')^3 t(\delta'')}{(\delta')^3 + (\delta'')^3}.$$

Уравнения (2.6) и (2.7) наряду с уравнениями коагуляции [20,21], тепло- и массообмена [21] и уравнениями, описывающими движение, энергию и сплошность полидисперсной системы жидких частиц, а также газа [22], образуют при известных граничных условиях замкнутую систему, которая описывает изменение параметров потока в зависимости от координаты x.

Во многих важных для практики случаях (течения в соплах Лаваля, а также в различного рода смесителях и диффузорах, процессы в эмульсиях и суспензиях) столкновения капель сопровождаются не только их коагуляцией, но и дроблением. Последнее может быть также следствием взаимодействия частиц со стенками канала и с газовым потоком. Уравнение эволюции фракционного состава полидисперсного ансамбля частиц, учитывающее возможность их дробления, впервые было записано Мелзаком [23] в виде

$$\frac{\partial n(m,t)}{\partial t} = C(m) + \int_m^\infty \varphi(m,m_1) n(m_1) dm_1 - \frac{n(m)}{m} \int_0^m m_1 \varphi(m_1,m) dm_1 . \quad (2.8)$$

Здесь $C(m)$ – правая часть уравнения (2.1), учитывающая коагуляцию; $\varphi(m,m_1) = p(m_1)\psi(m,m_1)$, где $p(m_1)dt$ – вероятность спонтанного дробления частицы m_1 за время dt; $\psi(m,m_1)dm$ – количество образующихся при этом частиц с массами m, $m+dm$. При этом второй член (2.8) учитывает рождение частиц m из более крупных, третий – разрушение частиц m. Поскольку $\int_0^m m_1\psi(m_1,m)dm_1 = m$, последний член выражения (2.8) сводится к $-n(m)p(m)$ [24]. Уравнение (2.8) справедливо в том случае, если вероятность дробления частиц и спектр образующихся при этом осколков не зависят от их "возраста"; кроме того предполагается, что разрушаться могут любые, сколь угодно малые частицы. В монографии [25] обсуждается возможность использования другой гипотезы: частицы, масса которых менее критического значения $m_{кр}$, могут существовать бесконечно долго, в то время как более крупные разрушаются мгновенно (при этом дробление происходит только в интервале $m_{кр}$, $2m_{кр}$).

В выше упомянутых работах [23–25] учитывается только спонтанное разрушение капель и совершенно не рассматриваются вопросы их дробления при столкновениях. Первая модель этого явления (применительно к двухфазному течению в соплах и каналах) была разработана в статье [26]. Эти результаты в дальнейшем использовались в работах [11,15,27]. В связи с отсутствием информации о распределении образующихся при дроблении вторичных капель по массам и скоростям в работе [26] предполагалось, что при взаимодействии капель i и $j\left(r_j < r_i\right)$, образуются осколки только фракции j (именуемые снарядами), начальная скорость и температура которых равны соответствующим параметрам частиц i (именуемым мишенями). В дальнейшем в рамках непрерывного подхода был разработан ряд более общих моделей, учитывающих возможность образования полидисперсных осколков [16], а также отличие их начальных скоростей и температур от параметров мишеней [28].

Значительное развитие теория движения газа со взвешенными в нем жидкими или твердыми частицами получила в работах Л.Е.Стернина [8,11,27]. Предложенная им [8] модель одномерного полидисперсного двухфазного течения с коагуляцией и дроблением частиц в канале переменного сечения $F(x)$. Фракционный состав полидисперсного ансамбля частиц описывается функцией распределения $n(m)$. Кроме того, вводится нормированная расходная функция распределения $g(m)$ так, что расходная массовая концентрация этих частиц составит $dW(m) = Wg(m)\ dm$. При столкновении частиц m^0 и μ. распределение образующихся при этом вторичных частиц по массам m характеризуется нормированной массовой функцией $f\left(\mu, m^0, m\right)$ $\left(\int\limits_0^\infty f dm = 1\right)$.

Если $f(m)$, $q(m)$ – соответственно, сила, с которой газ действует на частицы m, и тепловой поток от газа к частицам, приходящиеся на единицу их массы, тогда уравнения движения и теплообмена частиц можно записать в виде

$$\frac{\partial w(m)}{\partial x} = \frac{f(m)}{w(m)} + \frac{W\rho w}{g(m)} \int\limits_0^\infty \int\limits_0^\infty L\left(\mu, m^0, m\right)\left[w'\left(\mu, m^0, m\right) - w(m)\right] d\mu dm^0 \qquad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(m)}{\partial x} = \frac{q(m)}{c_в w(m)} + \frac{W\rho w}{g(m)} \int\limits_0^\infty \int\limits_0^\infty L\left(\mu, m^0, m\right)\Big\{T'\left(\mu, m^0, m\right) - T(m) + \\ + \left(2c_в\right)^{-1}\left[w'\left(\mu, m^0, m\right) - w(m)\right]^2\Big\} d\mu dm^0, \end{aligned} \qquad (2.10)$$

где $T' = \left(E' - 0,5w'^2\right)/c_в$.

При заданных w', E' уравнения (2.9)–(2.10) совместно с уравнением неразрывности дискретного компонента, а также с уравнениями неразрывности, состояния, сохранения импульса и энергии газа после коагуляции и дробления частиц образуют замкнутую систему относительно семи неизвестных функций $\rho, w, p, T, T_s, w_s, g$.

Поскольку в рамках дискретного подхода всем частицам данного размера приписываются равные скорости и температуры, особое значение приобретает вопрос о перераспределении избытка (недостатка) импульса и энергии новых (образовавшихся в результате коагуляции и дробления) капель по сравнению с другими частицами той же фракции. В некоторых работах [8,14,15] предполагается, что избыток импульса и энергии частиц, образовавшихся вследствие коагуляции, равномерно распределяется между всеми частицами данной фракции. Это допущение (названное в работе [8] гипотезой I) предполагает существование некоего механизма обмена импульсом и энергией между частицами, претерпевающими столкновения, не приводящие к слиянию. В других работах [8,29,30] предлагается модель, основанная на предположении о том, что избыток импульса и энергии достаточно быстро передается несущей среде (гипотеза II). При использовании гипотезы I в уравнениях (2.9)–(2.10) следует принять

$$w'\left(\mu, m^0, m\right) = w\left(\mu, m^0, m\right);\ E'\left(\mu, m^0, m\right) = E\left(\mu, m^0, m\right). \qquad (2.11)$$

В этом случае коагуляция и дробление частиц не приводят к изменению импульса и энергии отдельно газа и дискретного компонента, а «коагуляционные» поправки в уравнениях сохранения для двухфазной смеси обращаются в нуль. В другом крайнем случае – при использовании гипотезы II – в результате изменения фракционного состава дискретного компонента импульс и энергия его меняются по длине потока, а законы сохранения выполняются лишь для смеси в целом. При этом $w'\left(\mu, m^0, m\right) = w(m)$, $E'\left(\mu, m^0, m\right) = E(m)$.

3. Непрерывный подход в моделировании процессов коагуляции. Для одномерного движения двухфракционного материала в потоке с учетом соударений между частицами различного размера характерно, что крупные частицы испытывают весьма частые соударения. Например, при $\delta_1 = 1 мм$, $\delta_2 = 0{,}1 мм$, $\beta_1 = 0{,}008$, $\beta_2 = 0{,}002$, $|u_2 - u_1| = 5 m/c$ крупная частица претерпевает около 19 тысяч, а мелкая – около 75 соударений в секунду [15]. Это обстоятельство послужило для некоторых авторов [9,15] основанием для замены дискретного взаимодействия фракций непрерывно действующими силами вида $F_i = m_i N_i \Delta u_i$, где Δu_i – изменение скорости частицы i-той фракции вследствие одиночного соударения, N_i – частота соударений частицы i-той фракции с частицами других фракций. Если рассматривать одномерное движение полидисперсного вещества при условии, что частицы шарообразны и обладают абсолютно гладкими поверхностями, то с учетом столкновений скорости частиц фиксированного размера в каждом сечении потока принимают не строго определенные значения, а некоторый спектр значений. Однако, введение указанных непрерывно действующих сил позволяет рассматривать лишь некоторые средние значения скорости, которые приписываются всем частицам данной фракции. При этом задача существенно упрощается (в частности, можно не учитывать взаимодействие между одинаковыми частицами).

В соответствии с описанной выше моделью взаимодействия воздействие частиц размером $\left(\delta_j, \delta_j + d\delta_j\right)$ на фракцию $\left(\delta_i, \delta_i + d\delta_i\right)$ представляется в работе [15] как

$$\frac{d}{d\delta_j}\left(\frac{F_j}{m_j}\right)d\delta_j = \frac{3}{4}E_{ji}\frac{\left(1-k_n\right)\left(\delta_i+\delta_j\right)^2}{\delta_i^3+\delta_j^3}w\frac{u_j-u_i}{u_j}\left|u_j-u_i\right|x\left(\delta_j\right)d\delta_j, \qquad (3.1)$$

где k_n – коэффициент восстановления нормальных составляющих скоростей при ударе. Величина коэффициента k_n зависит от упругих свойств соударяющихся тел, а также от их относительной скорости. При абсолютно упругом ударе $k_n = -1$, абсолютно неупругом $k_n = 0$, не вполне упругом $-1<k_n<0$. После интегрирования выражения (3.1) с учетом массовых сил и аэродинамического сопротивления уравнение одномерного движения полидисперсного ансамбля частиц в условиях соударений между частицами приобретает вид

$$\frac{\partial u(\delta_i,\tau_i)}{\partial \tau_i} = B_i + \frac{3}{4}(1-k_n)w\int\limits_{\delta_{\min}}^{\delta_{\max}} E_{ji}\frac{(\delta_i+\delta_j)^2}{\delta_i^3+\delta_j^3}\times \\ \times\frac{u(\delta_j)-u(\delta_i)}{u(\delta_j)}\left|u(\delta_j)-u(\delta_i)\right|x(\delta_j)d\delta_j. \tag{3.2}$$

Для квазистабилизированного участка потока, где $\partial u/\partial\tau = 0$, уравнение (3.2) сравнительно просто может быть решено на ЭВМ методом проб. При этом предлагаемый метод расчета скоростей частиц не связан с большим объемом вычислительных операций по сравнению с дискретным методом, изложенным выше. Для разгонного участка потока уравнение (3.2) легко решается методом сеток. В этом случае оно должно быть приведено к одной независимой переменной, в качестве которой может быть использован масштаб времени, связанный с движением частиц какого-либо размера, или длина потока. Очевидно, что должна быть известна функция $u(\delta,0)$.

Уравнение (3.2) описывает изменение скорости частиц твердого вещества в вертикальном потоке под влиянием соударений между частицами. Двухфазные потоки с жидким дисперсным компонентом, как это уже отмечалось выше, имеют свои особенности. Предполагая, что каждое соударение капель приводит к их объединению, авторы работы [14] получили замкнутую систему уравнений, в которой учитывается как изменение гранулометрического состава конденсата, так и обмен энергией и количеством движения между фракциями. При этом в данной работе используется «дискретная» модель процесса, что значительно затрудняет расчеты. Аналогичную задачу, но с учетом не только коагуляции, но и дробления при соударениях капель в рамках «непрерывного» подхода рассматривали авторы работы [15]. Полагая, что: течение адиабатно, стационарно и одномерно, частицы имеют достаточно высокую теплопроводность, так что температура по всему объему частицы одинакова, межфазовый теплообмен осуществляется только конвекцией, газ можно считать идеальным, причем вязкость его проявляется лишь при взаимодействии с частицами – уравнение движения капель i–той фракции можно записать в виде

$$\frac{du_i}{dL} = \frac{A_i}{m_i u_i} + \frac{\pi}{4}\cdot\frac{\rho_z w}{m_i u_i}\sum_{j=1}^{p} K_{ji}E_{ji}(\delta_i+\delta_j)^2\mu_j\frac{(u_j-u_i)\left|u_j-u_i\right|}{u_j}. \tag{3.3}$$

Таким образом, процесс взаимодействия капель представляется состоящим из двух этапов: в начале происходит полное объединение снарядов (более мелких капель) с мишенью (крупной каплей), а через некоторое время образуются вторичные капли. Размер вторичных капель считается равным диаметру снаряда, а аксиальная скорость – скорости мишени. Материальный баланс этого процесса характеризуется с помощью безразмерного параметра коагуляции и дробления по формуле $\Phi_{ij} = 0{,}674 - 0{,}019\mathrm{Re}\Gamma^{0,4}$, которая справедлива при $10 < \mathrm{Re}\Gamma^{0,4} < 110$. Критерий Рейнольдса Re следует вычислять применительно к движению мелкой капли внутри крупной, а критерий устойчивости мишени Γ нужно определять по ее среднему эквивалентному диаметру. Физический смысл параметра Φ очевиден: он равен отношению изменения массы мишени к общей массе попавших в нее снарядов. При $\Phi > 0$ преобладает объединение капель, при $\Phi < 0$ – дробление мишени.

Уравнения относительно размера частиц и концентрации фракций получены в предположении, что капли имеют шарообразную форму

$$\frac{d\delta_i}{dL} = \frac{\pi}{12} \cdot \frac{\rho_г \delta_i w}{m_i u_i} \sum_{j=1}^{i} \Phi_{ji} E_{ji} \left(\delta_i + \delta_j\right)^2 \mu_j \frac{\left|u_j - u_i\right|}{u_j}, \tag{3.4}$$

$$\frac{d\mu_i}{dL} = 3\mu_i \left\{ \frac{1}{\delta_i} \cdot \frac{d\delta_i}{dL} - \frac{\pi}{12} \cdot \frac{\rho_г \delta_i w}{m_i u_i} \sum_{j=i}^{p} \Phi_{ij} E_{ij} \left(\delta_i + \delta_j\right)^2 \mu_j \frac{\left|u_i - u_j\right|}{u_i \delta_j^3} \right\} \tag{3.5}$$

В отличие от твердых частиц, при наличии коагуляции и дробления капель взаимодействие между частицами оказывает влияние на скорость изменения температуры каждой фракции. Кроме того, в данном случае при анализе теплообмена капель необходимо учитывать влияние разности кинетических энергий различных фракций. На основании описанной выше модели процесса уравнение теплообмена представлено в виде

$$\frac{dT_i}{dL} = \left(\frac{dT_i}{dL}\right) + \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\rho_г w}{m_i u_i} \sum_{j=1}^{p} K_{ji} E_{ji} \left(\delta_i + \delta_j\right)^2 \mu_j \frac{\left|u_j - u_i\right|}{u_j} \left[\left(T_j - T_i\right) + \frac{\left(u_j - u_i\right)^2}{2c}\right]. \tag{3.8}$$

Замыкают систему уравнения неразрывности и состояния газа, а также уравнения баланса количества движения и энергии для двухфазного течения. Таким образом, получена система $4p+4$ уравнений с неизвестными $u_i, \delta_i, \mu_i, T_i, w, p, \rho_г, T_г$. Изложенный метод расчета можно распространить на случай дисперсного вещества непрерывного гранулометрического состава. Для этого суммы в правых частях уравнений (3.3), (3.4) и т.д. должны быть заменены соответствующими интегралами. Этот метод можно также использовать для расчета неравновесного двухфазного течения при отсутствии взаимодействия капель (в этом случае $\delta_i = const$, $\mu_i = const$, $K_{ji} = 0$) или при условии их полного объединения $\left(\Phi_{ji} = 1\right)$.

В работе [8] подробно рассматриваются модели двухфазного течения с коагуляцией и дроблением частиц, основанные на использовании не только дискретного подхода (как описано выше), но и в рамках непрерывного подхода. В этом случае состав дискретного компонента предлагается описывать массовой расходной функцией распределения $g(r)$, нормируемой по концентрации W: $dW(r) = g(r)dr$. В данном случае помимо уравнений сохранения массы, импульса и энергии необходимо также уравнение изменения размера (массы) фиксированных частиц, которое определяется функцией Φ_{ij}. При условии столкновения частицы r_i с частицами r_j $\left(r_i \rangle r_j\right)$ соответствующее уравнение имеет вид

$$\frac{dr_i}{dx} = \frac{w\rho}{4\rho_в w_i r_i^2} \int_0^{r_i} \Phi_{ji} \vec{k}_{ji} dr_j, \tag{3.6}$$

где $\bar{k}_{ji} = Э_{ji}(r_j + r_i)^2 |w_j - w_i| g_j / w_j$.

Поскольку в рамках непрерывного подхода отдельно рассматривается взаимодействие данной фракции с меньшими и большими частицами, то распределение капель различного размера, образовавшихся в результате столкновения частиц r_i и r_j, удобно описывать не общей функцией f (как в разделе 2), а двумя различными функциями. Как и в работах [16,31], в работе [8] учитывается отдельно наиболее крупный осколок, относящийся к той же фракции i (масса частиц которой изменяется согласно уравнению (3.6)), и осколки меньшего размера, массовое распределение которых описывается функцией $\alpha(r_j, r_i, r_k) = \alpha_{jik}$, $\int_0^{r_i} \alpha_{jik} dr_k = 1$. Так как между функциями α и f существует связь, уравнение неразрывности дискретного компонента записывается в виде

$$D(g_i) = \frac{3g_i}{r_i}\frac{dr_i}{dx} - \frac{3w\rho}{4\rho_в}\int_{r_i}^{\infty}\frac{g_k}{w_k r_k^3}\left[\vec{k}_{ik} - \int_0^{r_k}\alpha_{jki}\left(1-\Phi_{jk}\right)\ \vec{k}_{jk} dr_j\right]dr_k. \tag{3.7}$$

Уравнения сохранения импульса и энергии дискретного компонента имеют вид

$$\begin{gathered}\frac{\partial w_i}{\partial x} + \frac{\partial w_i}{\partial r_i}\frac{dr_i}{dx} = \frac{f_i}{w_i} + \frac{3w\rho}{4\rho_в r_i^3}\left[\frac{1}{w_i}\int_0^{r_i}\Phi_{ji}\vec{k}_{ji}\left(w'_{ij} - w_i\right)dr_j + \right.\\ \left. + \frac{r_i^3}{g_i}\int_{r_i}^{\infty}\int_0^{r_k}\frac{g_k}{w_k r_k^3}\alpha_{jki}\left(1-\Phi_{jk}\right)\ \vec{k}_{jk}\left(w'_{ijk} - w_i\right)dr_k\, dr_j\right]\end{gathered} \tag{3.8}$$

и, соответственно,

$$\begin{gathered}\frac{\partial E_i}{\partial x} + \frac{\partial E_i}{\partial r_i}\frac{dr_i}{dx} = f_i + \frac{q_i}{w_i} + \frac{3w\rho}{4\rho_в r_i^3}\left[\frac{1}{w_i}\int_0^{r_i}\Phi_{ji}\vec{k}_{ji}\left(E'_{ij} - E_i\right)dr_j + \right.\\ \left. + \frac{r_i^3}{g_i}\int_{r_i}^{\infty}\int_0^{r_k}\frac{g_k}{w_k r_k^3}\alpha_{jki}\left(1-\Phi_{jk}\right)\ \vec{k}_{jk}\left(E'_{ijk} - E_i\right)dr_j\, dr_k\right].\end{gathered} \tag{3.9}$$

При заданных w', E' уравнения (3.6)–(3.9) совместно с уравнениями движения и энергии для газа образуют замкнутую систему с неизвестными $\rho, w, p, T, r_i, T_i, w_i, g_i$, которая легко может быть проинтегрирована численно. Поскольку $dr_{\min}/dx = 0$, для наименьших частиц уравнения (3.7), (3.8) становятся обыкновенными, их интегрирование на каждом шаге Δx позволяет получить граничное условие по r_i. В соответствии с гипотезой I о распределении избытка импульса и энергии новых частиц следует положить $\varphi'_{ij} = \varphi_{ij}$, $\varphi'_{ijk} = \varphi_{ijk}$ (где $\varphi = w, E$), так что коагуляционные поправки сохраняются только в уравнениях (3.8), (3.9), которые сводятся к соотношениям, приведенным в работе [28] (применительно к дискретному составу плотной фазы). Если справедлива гипотеза II, то $\varphi'_{ij} = \varphi_i$, $\varphi'_{ijk} = \varphi_i$, и поправки учитываются в уравнениях сохранения для смеси.

В рамках непрерывного подхода могут быть использованы два метода: а) метод Лагранжа, по которому определяется изменение концентрации, температуры и других характеристик фиксированных частиц, размер которых может изменяться с течением времени; б) метод Эйлера, по которому рассматриваются фракции фиксированного размера (r_i, dr_i), (r_j, dr_j) и т.д., достигаемого в различные моменты времени (в различных точках пространства) различными частицами. Описанная выше модель двухфазного течения относится к методу Эйлера.

При использовании метода Лагранжа размер r_i становится не обычной независимой переменной (как в методе Эйлера), а особой переменной – «меткой», позволяющей различать между собой фракции [8]. В качестве меток можно использовать не только текущие размеры частиц r_i (в данном сечении x), но и такие величины, как, например, их размеры во входном сечении потока r_{in}. В связи с этим функции $g_i(r_i, x)$, $w_i(r_i, x)$, $E_i(r_i, x)$ становятся функциями одной переменной x, и вторые слагаемые левой части равенств (3.8), (3.9), учитывающие изменение размеров частиц, обращаются в нуль. Интегральные члены выражений (3.7)–(3.9) остаются при этом неизменными. Таким образом, применение метода Лагранжа приводит к более простым уравнениям.

Если дискретную фазу потока считать состоящей из конечного числа N монодисперсных фракций, метод Лагранжа приводит к системе 4N+4 обыкновенных дифференциальных уравнений, что позволяет упростить вычисления. Этим обусловлено его широкое распространение [8,11,15,16,27,28,32,33]. В работе [8] кроме подробного обзора моделей двухфазных течений приводится также алгоритм расчета параметров полидисперсного течения с коагуляцией и дроблением частиц применительно к случаю расширения двухфазного рабочего тела в соплах Лаваля.

Все, описанные выше модели, были одномерными. Что касается двухмерного движения полидисперсной среды, то первой публикацией, посвященной этому вопросу, была работа [34], где приводилась модель осесимметричного двухфазного течения с переменным фракционным составом дискретного компонента, основанная на предположении о полной коагуляции частиц при столкновениях. Для описания процесса взаимодействия частиц используется дискретный подход, а также гипотеза I о перераспределении избытка импульса и энергии новых частиц. Кроме того, предполагается, что при $We(m) = We_{кр}$ капля массой m дробится на две равные части, что является чрезмерно схематичным. Авторы работы [8] обнаружили также ошибки в записи уравнения массы дискретного компонента. Поэтому в дальнейшем работа [34] обсуждаться не будет.

Более строгое решение задачи о двухмерном течении полидисперсной двухфазной смеси приводится в работах [8,35]. Предполагается, что взаимодействие частиц может приводить не только к коагуляции, но и к дроблению их с образованием тех или иных осколков. Используется непрерывный подход и метод Эйлера. Применение метода Лагранжа, который приводит к более простым уравнениям, в данном случае нецелесообразно, поскольку частицы, имевшие во входном сечении потока одинаковые размеры и другие параметры, в иных сечениях могут различаться по массе. Следовательно, при использовании метода Лагранжа становится возможным пересечение траекторий частиц одной фракции, что приводит к дополнительным трудностям. Рассматривается наиболее общий случай произвольного распределения образующихся при дроблении осколков по массам, скоростям и температурам, а также считается, что избыток импульса и энергии новых частиц передается как соответствующей фракции, так и несущей среде. Вводится функция распределения частиц по размерам $g(r_i,x,y)\equiv g_i$ так, что распределенная плотность частиц фракции r_i, dr_i в точке (x,y) равна $d\rho_i = g_i dr_i$. Таким образом, для двухфазного течения с переменным фракционным составом плотной фазы уравнение неразрывности частиц i в условиях стационарности потока имеет вид

$$g_i\frac{\partial u_i}{\partial x}+g_i\frac{\partial v_i}{\partial y}+g_i\gamma\frac{v_i}{y}+u_i\frac{\partial g_i}{\partial x}+v_i\frac{\partial g_i}{\partial y}+\frac{\partial g_i}{\partial r_i}\frac{dr_i}{dt}+g_i\frac{\partial}{\partial r_i}\left(\frac{dr_i}{dt}\right)=\frac{Dg_i}{Dt}, \quad (3.10)$$

где $\gamma = 0$ для плоского течения, $\gamma = 1$ для осесимметричного; t означает масштаб времени, связанный с движением фиксированной частицы, параметры которой в процессе ее движения будут переменными даже в стационарном случае. D/Dt здесь и далее означает изменения, связанные с коагуляцией и дроблением частиц.

Уравнение сохранения импульса дискретного компонента в проекции на ось потока получено в виде

$$u_i\frac{\partial v_i}{\partial x}+v_i\frac{\partial u_i}{\partial y}+\frac{\partial u_i}{\partial r_i}\frac{dr_i}{dt}=\varphi_{1i}(u-u_i)+\frac{Du_i}{Dt}. \quad (3.11)$$

Аналогично для поперечной скорости и энергии частиц

$$u_i\frac{\partial v}{\partial x}+v_i\frac{\partial v_i}{\partial y}+\frac{\partial v_i}{\partial r_i}\frac{dr_i}{dt}=\varphi_{1i}(v-v_i)+\frac{Dv_i}{Dt}. \quad (3.12)$$

$$u_i\frac{\partial E_i}{\partial x}+v_i\frac{\partial E_i}{\partial y}+\frac{\partial E_i}{\partial r_i}\frac{dr_i}{dt}=\varphi_{1i}\left[u_i(u-u_i)+v_i(v-v_i)\right]+c_в\varphi_{2i}(T-T_i)+\frac{DE_i}{Dt}. \quad (3.13)$$

В выражениях (3.11)–(3.13) $\varphi_1 = 4.5 f_D\frac{\mu}{r^2\rho_в}$, $\varphi_2=\frac{Nu\varphi_1 c_p}{3\Pr f_D c_в}$, $f_D = c_p \mathrm{Re}/24$.

Уравнения (3.10)–(3.13) совместно с уравнениями состояния, неразрывности и сохранения для несущей среды образуют замкнутую систему относительно девяти неизвестных функций $u,v,T,p,\rho,g_i,u_i,v_i,T_i$. В дальнейшем для численного интегрирования системы уравнений (3.10)–(3.13) используется итерационный метод, описанный в работе [8]. Там же приводится алгоритм расчета параметров полидисперсного двухфазного течения в осесимметричных соплах Лаваля.

Заключение.

1. Использование моделей полной коагуляции приводит к очень высоким (нереальным) значениям среднего размера частиц в выходном сечении.

2. Учет дробления частиц при столкновениях применительно к общему случаю произвольного распределения образующихся при дроблении осколков по массам и скоростям позволяет более правильно определять основные параметры течения.

3. Приведенные результаты свидетельствуют о необходимости учета взаимодействия частиц и тщательного анализа особенностей массопереноса при их столкно-

вениях. Использование необоснованных гипотез либо отсутствие учета тех или иных явлений приводит к существенному искажению реальной картины течения и завышению или занижению его индивидуальных характеристик в несколько раз.

Литература

1. Пажи Д.Г., Галустов В.С. "Основы техники распыливания жидкостей", –М.: Химия, 1984.

2. Литвинов А.Т. Об оценке эффекта захвата крупными частицами или каплями жидкости мелких частиц и о влиянии гидрофильности частиц на коэффициент захвата. – ИФЖ, 1969, т.16, № 6, – с. 1052–1061.

3. Колпаков А.В., Контуш С.М. Взаимодействие капель жидкости при соударении // Тезисы докладов XII Всесоюзной конференции по вопросам испарения, горения и газовой динамики дисперсных систем. Одесса: ОГУ им. И.И. Мечникова, 1976. – С. 7–8.

4. Сегаль Р.Б., Райсинский Ю.Ф. Методика исследования поведения капель, образующихся после дробления струи жидкости. – Теор. основы хим. технологии, 1981, т.15, №5, с. 784–786.

5. Дерягин Б., Прохоров П. "О причине не слияния жидких капель при контакте".– ДАН СССР, 1946, т.LIV, №6, с.511–514.

6. Борисов А.А., Гельфанд Б.Е., Натанзон М.С., Косов О.М. О режимах дробления капель и критериях их существования. ИФЖ, 1981, т.XXXX, №1, с.64–70.

7. Левич В.Г. "Теория коагуляции коллоидов в турбулентном потоке жидкости". – Доклады АН СССР, 1954, т.XCIX, №5, с.809–812.

8. Двухфазные моно– и полидисперсные течения газа с частицами. Под ред. Л.Е.Стернина, М., "Машиностроение", 1980, 176с.

9. Langmuir I. "The Production of Rain by a Chain Reaction in Cumulus Clouds at Temperature above Freezing". – Journal of Meteorology, 1948, 5, No.5, pp.175–192.

10. Сб."Коагуляция коллоидов", М., ОНТИ, 1936.

11. Стернин Л.Е. "Основы газодинамики двухфазных течений в соплах", М., 1974.

12. Туницкий Н. "О коагуляции полидисперсных систем". - Журнал экспериментальной и теоретической физики, 1938, т.8, вып.4, с.417-424.

13. Дунский В.Ф."О коагуляции при распылении жидкости". – Журнал технической физики, 1956, т.XXVI, вып.6, с.1262–1268.

14. Гришин С.Д., Тишин А.П., Хайрутдинов Р.И. "Неравновесное двухфазное течение в сопле Лаваля с коагуляцией частиц полидисперсного конденсата." – Изв. АН СССР, МЖГ, 1969, №2, с.112–117.

15. Бабуха Г.Л., Шрайбер А.А. Взаимодействие частиц полидисперсного материала в двухфазных потоках. – Киев, 1972, 175с.

16. Бабуха Г.Л., Шрайбер А.А. Исследование высокотемпературных двухфазных течений с полидисперсным составом конденсированной фазы. – Сб. "Тепло– и массоперенос", Киев, 1972, т.V, ч.II, с.201–210.

17. Фукс Н.А. Механика аэрозолей, М., 1955.

18. Фукс Н.А.Успехи механики аэрозолей, М., 1961.

19. Ажибеков А.К. К расчету течения полидисперсной системы частиц. – ИФЖ, 1987, т.53, №6, с.930–936.

20. Палатник И.Б., Ажибеков А.К. – ИФЖ, 1978, т.35, №4, с.698–704.

21. Палатник И.Б., Лавров Б.Е., Когай Г.Н. Основы рабочего процесса пылеулавливания при использовании труб–коагуляторов Вентури, Алма-Ата, 1977.

22. Ажибеков А.К. Технология строительного производства и вопросы проектирования, Алма-Ата, 1983, с.41–46.

23. Melzak Z.A. Scalar Transport Equation. – Transactions of the American Mathematical Society, 1957, v.185, №4, pp.547–560.

24. Srivastava R.C. Size Distribution of Raindrops Generation by Their Breakup and Collisions. – Journal of the Atmospheric Sciences, 1971, v.28, №3, pp.410–415.

25. Волощук В.М.,Седунов Ю.С. Процессы коагуляции в дисперсных системах, Л., 1975.

26. Шрайбер А.А. Об уравнениях коагуляции и дробления капель конденсата при течении двухфазных смесей в соплах // Девятая республиканская межвузовская конференция по вопросам испарения, горения и газовой динамики дисперсных систем.– Одесса, 1969.– С.37.

27. Бабуха Г.Л., Стернин Л.Е., Шрайбер А.А. Расчет двухфазных потерь в соплах при наличии коагуляции и дробления капель конденсата. – Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, №1, с.175–177.

28. Подвысоцкий А.М., Шрайбер А.А. Расчет неравновесного двухфазного течения с коагуляцией и дроблéнием частиц конденсата при произвольном распределении вторичных капель по массам и скоростям. - Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, №2, с. 71-79.

29. Крайко А.Н. и др. Механика многофазных сред. – Сб.Итоги науки и техники. Гидромеханика, М., ВИНИТИ, 1972, т.6, с. 93–174.

30. Крайко А.Н., Шрайбер А.А. К построению модели, описывающей в одномерном приближении двухфазное течение с коагуляцией частиц полидисперсного конденсата. – ЖПМТФ, 1974, №2, с. 67–74.

31. Подвысоцкий А.М., Шрайбер А.А. Экспериментальное исследование динамического взаимодействия свободно движущихся капель при столкновениях. – Сб. Физика аэродисперсных систем, Киев–Одесса. Вища школа, 1975, вып.12, с.21–28.

32. Кроув, Уиллогби. Механизм роста частиц в реактивном сопле. – Ракетная техника и космонавтика, М., Мир, 1966, №9, с.243–244.

33. Тишин А.П., Хайрутдинов Р.И. К расчету коагуляции частиц конденсата в соплах Лаваля. – Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, №5, с.181–185.

34. Кисаров Ю.Ф. Расчет параметров двухфазного течения в осесимметричном сопле Лаваля с учетом коагуляции и дробления частиц. – Изв. АН СССР, МЖГ, 1975, № 4, с.161–165.

35. Маслов Б.Н., Шрайбер А.А. Двухфазное течение с коагуляцией и дроблением частиц полидисперсного конденсата в плоских и осесимметричных соплах. – Изв. АН СССР, МЖГ, 1976, № 3, с.110–118.

УДК 621.565

Братута Е.Г., Ярошенко Т.І.

ОГЛЯД МЕТОДІВ УРАХУВАННЯ ЭФЕКТА КОАГУЛЯЦІЇ І ДРОБЛЕНЯ КРАПЛИН ДІСПЕРГОВАНОЇ РІДИНИ

Розглянуто існуючі методиформування замкнутої системи рівень енергії тепломасообміну та нерозривності у дисперсних газорідинних потоках з урахуванням єфектів коагуляції і дроблення краплин діспергованої рідини.